



Campeonato de Matemática de la Universidad de La Frontera

El día 07 de abril la Universidad de La Frontera da inicio a esta actividad realizada en alianza con el Diario Austral de Temuco. En esta undécima versión, la competencia contempla 2 pruebas en línea y 2 pruebas presenciales, participando estudiantes desde 5º básico a 4º medio. Uno de los objetivos principales del Campeonato es explorar el aspecto lúdico y el desafío intelectual de la matemática, reforzando la enseñanza impartida en los colegios, mostrando nuevas y a veces insospechadas posibilidades a profesores y alumnos.

El campeonato también pretende difundir la actividad científica en el área de la Matemática en nuestra región, mostrar que existe actividad e interés por la ciencia en la comunidad, promover el nivel científico regional de los alumnos de Enseñanza Básica y Media y encauzar las inquietudes científicas de alumnos destacados.

A esta actividad están invitados a participar todos los colegios de la región. Más información en camvit.ufro.cl/cmat

Problemas de entrenamiento

Problema (1)

La patente de un auto clásico tiene un número de cuatro dígitos que es un cuadrado perfecto. Si los dos primeros dígitos son iguales y los últimos también. ¿Cuál es el número?

Problema (4)

En la reunión anual de caracoles, el caracol Jacinto propone el siguiente desafío a sus amigos ¿Cuántos números de 5 dígitos en que los tres dígitos centrales son iguales poseen la propiedad siguiente: después de restar 29997 de dicho número, se obtiene un número de 5 dígitos que consiste en los mismos dígitos en orden inverso?. Resuelve tú el problema antes de que lo resuelvan los amigos caracoles.

Problema (6)

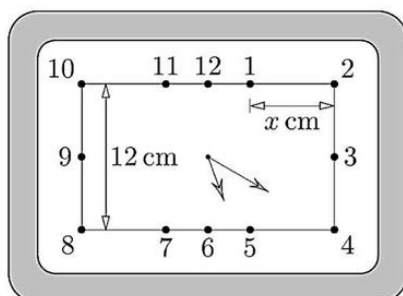
El abuelo Anacleto matemático jubilado y aventurero suma los primeros n enteros positivos (consecutivos) hasta obtener un número de 3 dígitos donde todos los dígitos son iguales. ¿Cuántos números sumó el abuelo?

Problema (2)

Un globo lleno de helio puede alzar una canasta que contiene cosas que pesan a lo más 80 kilos. Dos globos llenos de helio pueden alzar la misma canasta que contiene cosas que pesan a lo más 180 kilos. ¿Cuánto pesa la canasta?

Problema (5)

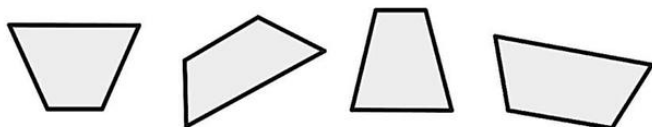
El reloj del dibujo es rectangular, cada manecilla se mueve a una velocidad constante, como un reloj normal (circular). La distancia entre los números 8 y 10 en este reloj es 12 cm. y la distancia entre el 1 y el 2 es x cm. ¿Cuál es el valor de x ?



Problema (3)

El abuelo Anacleto matemático jubilado y aventurero, sabe construir ventanas con forma de trapecio isósceles, él quiere construir algunas ventanas de perímetro 11 metros, tal que la longitud de sus lados (medidos en metros) sean números enteros. Encuentre todas las posibles ventanas con forma de trapecio que cumplen con estas condiciones.

Recuerda que se llama trapecio a un cuadrilátero que tiene dos lados paralelos y otros dos que no lo son. Además un trapecio es isósceles cuando tiene los lados no paralelos de igual medida.



Problema (7)

El abuelo Anacleto ha escrito los números del 1 al 210 en 20 filas, como se muestra en el diagrama. ¿Cuál de las columnas (de izquierda a derecha) tiene la mayor suma?

1				
2	3			
4	5	6		
⋮				
191	192	193	...	210

Problema (8)

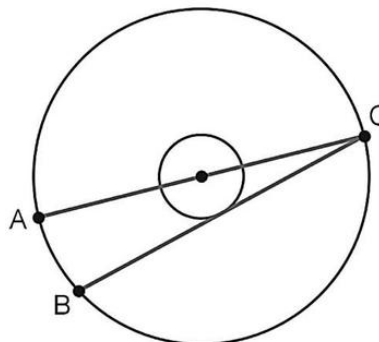
Cuando Pinocho miente, su nariz se pone 7 cm más larga. Cuando dice la verdad, la nariz se pone 4 cm más corta. Pinocho, hoy dijo 4 mentiras y 3 frases verdaderas y su nariz ahora mide 56 cm de largo. ¿Cuánto medía la nariz de Pinocho ayer antes de decir estas 7 frases?

Problema (9)

Diferentes números enteros positivos se escriben en el pizarrón. Exactamente dos son divisibles por 2 y exactamente 13 de ellos son divisibles por 13. Sea M el más grande de estos números. ¿Cuál es el menor valor posible de M ?

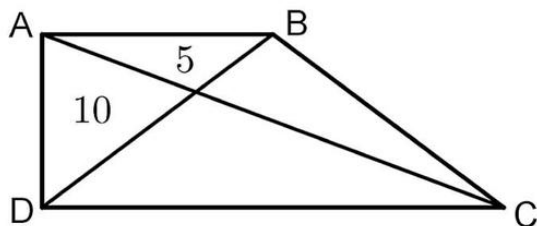
Problema (10)

Los radios de dos círculos concéntricos están en la razón $1:3$. AC es el diámetro del círculo grande; BC es una cuerda del círculo grande que es tangente al círculo más pequeño; y la longitud de la cuerda AB es 12. Calcule el radio del círculo grande.



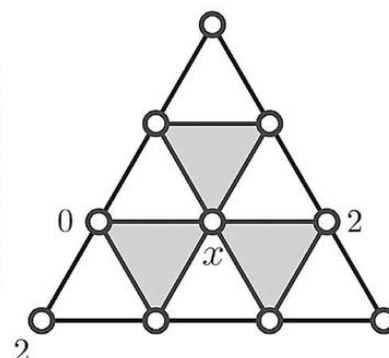
Problema (11)

El cuadrilátero $ABCD$ tiene ángulos rectos en los vértices A y D . Se han trazado las diagonales del cuadrilátero y en la imagen se muestran las áreas de dos de los triángulos generados por las diagonales. ¿Cuál es el área del cuadrilátero $ABCD$?



Problema (12)

Cada uno de los diez círculos de la figura está marcado con uno de los tres números 0, 1 ó 2. Se sabe que la suma de los números en los vértices de cualquier triángulo blanco es divisible por 3, mientras que la suma de los números en los vértices de cualquier triángulo negro NO es divisible por 3. En la figura hay marcados tres círculos. ¿Qué números se pueden usar para marcar el círculo central?



Soluciones de los problemas de entrenamiento

Problema 1: $(11 \cdot 8)^2 = 7744$

Problema 2: 20 kilos. Problema 3 6 ventanas. Problema 4: 60 números. Problema 5: $x = 4\sqrt{3}$. Problema 6: $n = 36$. Problema 7: Las máximas sumas están en las columnas 5 y 6. Problema 8: 40 cm.

Problema 9: $13 \cdot 21 = 273$. Problema 10: 18 unidades. Problema 11: $45 u^2$.

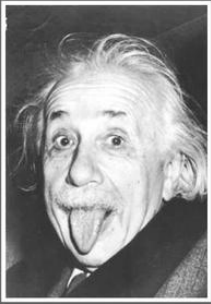
Problema 12: $x = 1$

Propedéutico de matemática

Programa dirigido a estudiantes de 3° y 4° año medio de la región, responsables y con interés en superarse, con expectativas de seguir una carrera universitaria y que no pueden pagar un preuniversitario. Se trata de una actividad de 5 horas pedagógicas semanales, donde reforzarán los contenidos de matemática del plan de estudio y de preparación para la PSU matemática, con el doble propósito de mejorar las expectativas en el rendimiento en cuanto alumno en su colegio como también para rendir con éxito la PSU de matemática.

Clínica de matemática para estudiantes de enseñanza media

Espacio orientado a alumnos que necesiten y quieran aclarar dudas, estudiar para las pruebas, fortalecer su formación matemática, aprender nuevas estrategias de resolución de problemas, y consolidar los aprendizajes. El programa es gratuito y se realizará todos los lunes, martes y miércoles de 18:00 a 20:00 horas. Los estudiantes que asistan al programa deberán traer guías de ejercicios con las que se encuentren trabajando en sus respectivos colegios, para que nuestro equipo de profesores y ayudantes los orienten.



El Rincón del Abuelo Anacleto

El abuelo Anacleto pasea junto a su nieta Sofía por uno de los campus de la universidad en la que estudió, cuando de pronto Sofía observa a la distancia una particular bienvenida que realizan estudiantes de la universidad a los recién ingresados.

Sofía comenta: "Espero no tener que pasar por eso. ¡Huele horrible!". Anacleto se sonríe y le responde "¿Sabías que tu abuelo escapó del mechoneo junto con todos sus compañeros mechones?".

Sofía lo mira impresionada y el abuelo comienza el relato de la gran hazaña: "Antes de iniciar el ritual de bienvenida se nos propuso un juego que dejaría en manos del azar nuestro destino. Para el juego nos pedían hacer una fila, en la que cada participante podría ver sólo a quienes estaban hacia adelante.

Uno a uno, desde el último hasta el primero nos pondrían un sombrero blanco o negro y cada uno tendría una oportunidad para adivinar el color de su sombrero, sin mirar por supuesto, desde el último en la fila al primero de la misma. Quien adivinara su color podría retirarse a su casa, y quienes no adivinaran deberían participar del mechoneo. Rápidamente reunir a todos mis compañeros, les di unas instrucciones e hicimos la fila. Yo tomé el último lugar y nos colocaron los sombreros.

Observé a todos mis compañeros y grité: '¡blanco!'. Luego de eso cada uno supo en su turno de qué color era su sombrero y todos nos salvamos de la truculenta bienvenida."

Sofía quedó totalmente impresionada por la habilidad de su ingenioso abuelo, y de inmediato le preguntó: "Abuelito ¿cómo lo hiciste?", a lo que el abuelo responde: "si la suerte de tu abuelo quieres correr, explicar cómo lo hice tendrás que hacer".

¿Puede el lector cuidadoso descubrir qué hizo el abuelo Anacleto para salvar del mechoneo a todos sus compañeros e incluso salvarse a sí mismo?



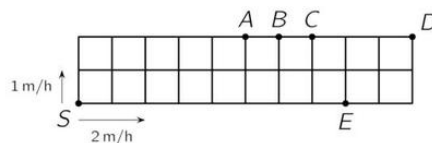
Campeonato de Matemática de la Universidad de La Frontera

Problemas Primera Fecha

dme.ufro.cl/cmat

Problema 1 Un jardín está dividido en dos filas de cuadrados idénticos. Una hormiga y un caracol mueven a lo largo del perímetro del jardín, comenzando desde la esquina S en direcciones diferentes.

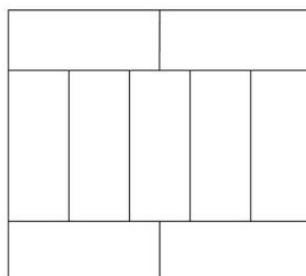
El caracol se mueve a la velocidad de 1 metro por hora y la hormiga a 2 metros por hora. *¿En qué punto se encuentra el caracol con la hormiga?*



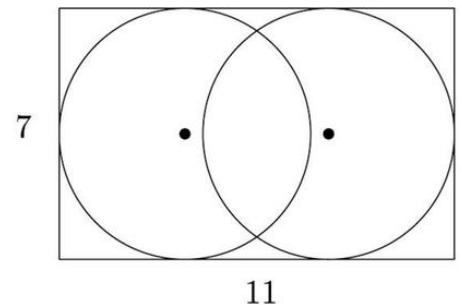
Problema 2 El lunes, Alejandra comparte una foto con 5 amigos. Durante varios días todos los que reciben la foto, la envían al día siguiente a otros dos amigos que aún no han visto la foto. *¿Cuál es el primer día en que más de 100 personas han visto la foto?*

Problema 3 De la lista 3, 5, 2, 6, 1, 4 y 7, Eva eligió tres números cuya suma es 8. De la misma lista María eligió tres números cuya suma es 7. *¿Cuántos números comunes han elegido las dos chicas?*

Problema 4 Un rectángulo grande se compone de nueve rectángulos pequeños idénticos cuyos lados más largos tienen 10 cm de largo. *¿Cuál es el perímetro del rectángulo grande?*

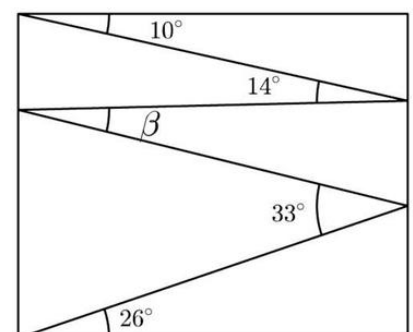


Problema 5 La figura muestra un rectángulo de dimensiones 7×11 que contiene dos círculos que tocan tres de los lados del rectángulo. *¿Cuál es la distancia entre los centros de los dos círculos?*



Problema 6 Un rectángulo está dividido en 40 cuadrados idénticos. El rectángulo contiene más de una fila de cuadrados. Andrés encontró la fila central de cuadrados y la coloreó. *¿Cuántos cuadrados no coloreó?*

Problema 7 Valeria dibuja una línea en zig-zag dentro de un rectángulo, creando ángulos de 10° , 14° , 33° y 26° como se muestra en la figura. *¿Cuál es la medida del ángulo α ?*



Problema 8 Alicia quiere escribir una lista de números primos menores que 100, usando cada uno de los dígitos 1, 2, 3, 4 y 5 exactamente una vez y ningún otro dígito. **¿Cuál es el mayor número que debe estar en su lista?**

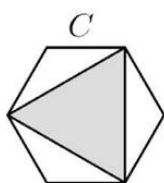
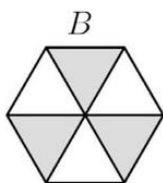
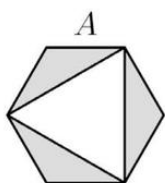
Problema 9 En mi familia, cada hijo tiene al menos dos hermanos y al menos una hermana. **¿Cuáles es el menor número posible de hijos en mi familia?**

Problema 10 Las longitudes de dos lados de un triángulo son 5 cm y 2 cm, y la del tercer lado es un número entero impar. De los valores que se indican. **¿Cuál es la longitud del tercer lado?**

- A) 2 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

Problema 11 Dados tres hexágonos regulares iguales, llamamos X , Y , Z al área total de las zonas sombreadas de las figuras A, B y C, respectivamente. **¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?**

- A) $X = Y = Z$ B) $Y = Z \neq X$ C) $Z = X \neq Y$
D) $X = Y \neq Z$ E) Cada una de las tres áreas X , Y , Z tiene un valor diferente.



Problema 12 Algunos de los dígitos de la siguiente suma han sido reemplazados por las letras P , Q , R y S , como se muestra en la figura.

$$\begin{array}{r} P \quad 4 \quad 5 \\ + \quad Q \quad R \quad S \\ \hline 6 \quad 5 \quad 4 \end{array}$$

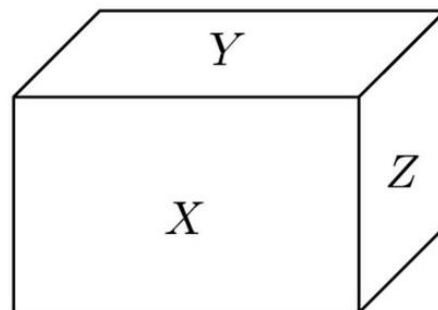
¿Cuánto vale $P + Q + R + S$?

Problema 13 Tomás tiene siete piedras y un martillo. Cada vez que golpea una piedra con el martillo obtiene cinco piedras más pequeñas. Hace esto varias veces. **¿Cuál de los siguientes números es la cantidad de piedras con las que puede terminar?**

- A) 17 B) 20 C) 21 D) 23 E) 25

Problema 14 Hay 65 bolas en una caja. Ocho son blancas y el resto negras. En cada extracción se pueden sacar de la caja 5 bolas como máximo y no está permitido volver a poner ninguna bola en la caja. **¿Cuál es el menor número de extracciones que se necesita hacer para garantizar que se saque al menos una bola blanca?**

Problema 15 Las caras de un ladrillo tienen áreas X , Y y Z . **¿Cuál es el volumen del ladrillo?**



Solución Abuelo Anacleto

Lo que el brillante abuelo Anacleto observó, es que más allá de la secuencia de colores, hay una propiedad que es sencilla de abordar, que si el número de sombreros de determinado color es par o impar.

Supongamos que hubiera una cantidad par de personas. El abuelo Anacleto le dice a sus compañeros: "si digo blanco hay una cantidad par de sombreros blancos, si digo negro hay una cantidad impar de sombreros blancos." Así, quien estaba delante de él sabiendo que el abuelo dijo blanco, sólo debe observar si hacia delante suyo hay una cantidad par o no de som-

ros blancos. Si hay una cantidad par de sombreros blancos, el suyo debería ser negro, y si es impar entonces el suyo es blanco.

Nótese la importancia de que cada uno de los que están en la fila no debe equivocarse al deducir el color de su sombrero a partir de lo que ha sucedido antes. Si alguien pierde la cuenta entonces todo se echa a perder.

Además, el abuelo Anacleto se vio obligado en ese caso a decir blanco, que coincidió con el color de su sombrero. En realidad él podía asegurar salvarlos a todos menos a él mismo. Él sí que se sujetó al azar.

Soluciones de la Primera Fecha

15. $\sqrt{ABC}$

14. 12

13. 23

12. 15

11. A

10. 5

9. 5

8. 41

7. 11

6. 32

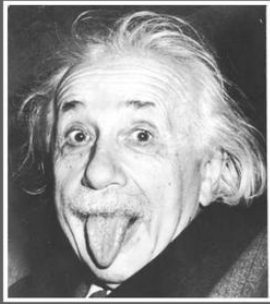
5. 4

4. 76 cm

3. 2

2. Viernes

1. B



El Rincón del Abuelo Anacleto

Hoy el abuelo Anacleto quiere poner a prueba la capacidad de sus nietos para imaginar otros mundos. Sus nietos, felices de escuchar estas historias, disfrutaban la originalidad de su abuelito.

El abuelo les habla de un planeta muy extraño: Sparky 84. En este planeta habita una raza de seres inteligentísimos, tan brillantes y educados que lograron erradicar el sufrimiento y la necesidad. En este estado de permanente bienestar, los Sparkianos han usado su poder mental para desarrollar una mezcla genial entre ingeniería y arte. Si hablaran español, a esta disciplina le llamarían "ingeniar-te". Los nietos de Anacleto ríen y tratan de encontrar otros nombres más ridículos, tales como "artinería" o "ingerte".

El abuelo les cuenta de generadores de ondas electromagnéticas imposiblemente poderosos que les permiten a los Sparkianos olvidarse de los fuegos artificiales durante sus celebraciones y, en su lugar, llenar sus cielos nocturnos con auroras artificiales que al danzar sus sombras de colores recuerdan algunos eventos históricos y personajes célebres de Sparky 84.

El logro máximo del ingeniar-te es una colección infinita de ampolletas numeradas 1, 2, 3, 4, y así hasta infinito, que se prenden y se apagan en patrones siempre diferentes. Obviamente los nietos de Anacleto no pueden imaginarse tamaña locura, aunque se quedan sin aliento al pensar lo lindo que esto se vería de noche en el patio de la casa.

Anacleto les explica que a pesar de que las ampolletas están todas numeradas, los posibles patrones que la colección puede producir son tantos que no se pueden poner en una lista infinita.

Sofía -la favorita y más inteligente de toda su descendencia- interpreta perfectamente lo que Anacleto quiere decir: "¿Entonces hay infinitos más grandes que el infinito de las ampolletas?".

Anacleto sonríe, aunque por dentro está sorprendidísimo de que Sofía haya logrado entender tan rápidamente la idea.

Ya suficientemente entretenidos, todos los nietos, salvo Sofía, comienzan a jugar imaginando un viaje interestelar para visitar Sparky 84 en un día de fiesta para ver las auroras. Sofía se queda pensando y pregunta: "¿Cómo sabes que no podemos listar los patrones?". El abuelo le dice: "Si tenemos 4 ampolletas, los posibles patrones son 16; y con 5 ampolletas, son 32". Al hacer un dibujo, Sofía lo entiende de inmediato. Anacleto continúa: "La idea fundamental para entender esto, Sofía, es que para cualquier lista de patrones de infinitas ampolletas, siempre podemos crear uno nuevo que no está en esa lista".

¿Se te ocurre, querido lector, cómo podemos hacer lo que dice el abuelo?



EL AUSTRAL



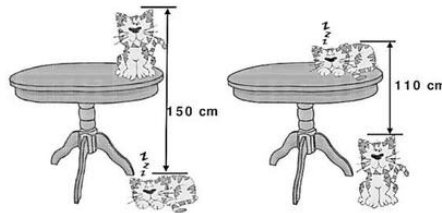
Campeonato de Matemática de la Universidad de La Frontera

Problemas Segunda Fecha

camvit.ufro.cl/cmat

Problema 1

La distancia desde la parte superior del gato durmiendo en el suelo a la parte superior del gato sentado en la mesa es 150 cm. La distancia desde la parte superior del gato sentado en el suelo a la parte superior del gato durmiendo sobre la mesa es 110 cm.



¿Cuál es la altura de la mesa?

Problema 2

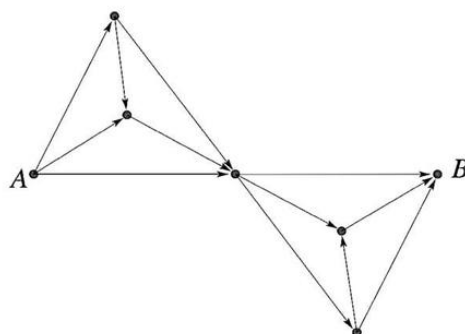
María tiene 42 manzanas, 60 albaricoques y 90 cerezas. Reparte toda la fruta en montones idénticos. ¿Cuál es el mayor número de montones que María puede hacer?

Problema 3

¿Cuál es la suma del 25% de 2018 con el 2018% de 25?

Problema 4

Una hormiga debe ir desde punto A al punto B siguiendo las flechas, tal como se muestra en la figura. ¿Cuántas rutas diferentes puede realizar la hormiga?



Problema 5

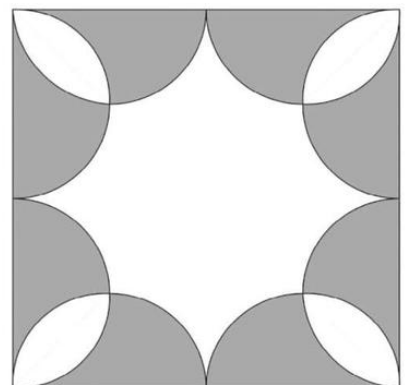
Dos edificios de una calle están a 250 metros el uno del otro. Hay 100 estudiantes viviendo en el primer edificio y 150 en el segundo edificio.

¿Dónde debe construirse una parada de autobús, que usarán todos ellos, para que la suma total de las distancias que tendrán que recorrer desde esta parada a sus respectivos edificios sea la menor posible?

- A) Frente al primer edificio
- B) A 100 metros del primer edificio
- C) A 100 metros del segundo edificio
- D) Frente al segundo edificio
- E) En cualquier lugar entre los edificios.

Problema 6

Se dibujan ocho semicírculos iguales dentro de un cuadrado de lado 4, y se colorean algunas regiones como se muestra en la figura. ¿Cuál es el área de la región no sombreada del cuadrado?



Problema 7

¿Cuántos números de 3 cifras cumplen la propiedad de que el número de 2 cifras obtenido al borrar la cifra central es igual a $\frac{1}{9}$ del número original?

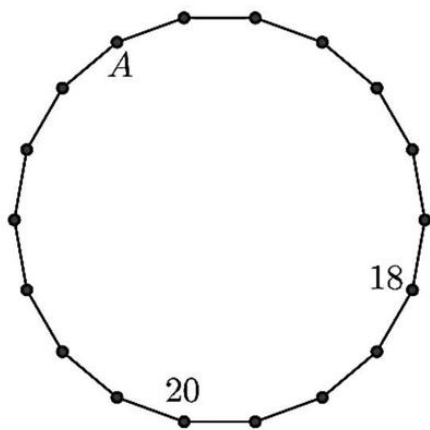
Problema 8

En la igualdad que se muestra a continuación, ¿cuántas veces debe aparecer la potencia 2018^2 dentro de la raíz cuadrada para que la igualdad se cumpla?

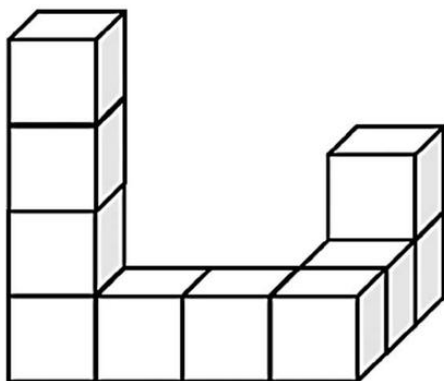
$$\sqrt{2018^2 + 2018^2 + \dots + 2018^2} = 2018^{10}$$

Problema 9 En una pizarra hay escritos varios números enteros, entre los que está 2018. Se sabe que la suma y el producto de todos ellos es 2018. ¿Cuál de los siguientes puede ser el número de enteros escritos en la pizarra?
A) 2016 B) 2017 C) 2018 D) 2019 E) 2020

Problema 10 En cada vértice del polígono de 18 lados de la figura debe escribirse un número que sea igual a la suma de los números de los dos vértices adyacentes. En la figura se muestran dos de esos números.
¿Qué número debería estar escrito en el vértice A?



Problema 11 La pieza que se muestra en la figura está formada por 10 cubos pegados.



Se sumerge en un bote de pintura que la cubre por completo. ¿Cuántos de los cubos tienen pintadas exactamente cuatro de sus caras?

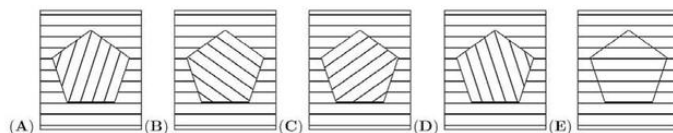
Problema 12 Antes del partido de fútbol entre Real Madrid y Manchester United se hicieron cinco predicciones:
a) El partido no terminará en empate.
b) El Real Madrid hará al menos un gol.
c) El Real Madrid ganará
d) El Real Madrid no perderá
e) Se marcarán tres goles.

¿Cuál fue el resultado final del partido Real Madrid y Manchester United si exactamente tres de las predicciones que se hicieron resultaron ciertas?

Problema 13 Marta saca un pedazo de papel rayado de su cuaderno y recorta un pentágono regular. Después los gira 21° alrededor de su centro, en sentido contrario al de las agujas del reloj.



La figura muestra la situación después del primer giro. ¿Qué veremos cuando el pentágono vuelva a encajar por primera vez en el hueco?



Problema 14 ¿Cuál de los siguientes cinco números no es divisor de $18^{2017} + 18^{2018}$?
A) 8 B) 18 C) 28 D) 38 E) 48

Problema 15 Cuatro hermanos llamados Alfredo, Bastián, Carlos y Daniel tienen diferentes alturas. Ellos dicen lo siguiente:

Alfredo: No soy ni el más alto ni el más bajo.
Bastián: No soy el más bajo.
Carlos: Soy el más alto.
Daniel: Soy el más bajo.

Si Exactamente uno de ellos está mintiendo. ¿Quién es el más alto?

Solución Abuelo Anacleto

Para ver cómo hacer lo que sugiere Anacleto, creamos un código sencillo: ponemos las ampolletas en orden y escribimos un 0 para representar una ampolleta apagada y un 1 pa-

ra una prendida.

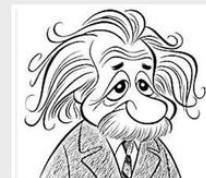
Dada una lista infinita de patrones, podemos generar un patrón que no está en esa lista de la siguiente manera: si en el patrón en el lugar n de la lista la ampolle-

ta en el lugar n está prendida, elegimos una ampolleta apagada y viceversa.

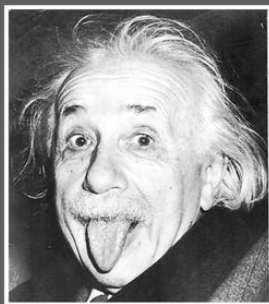
Por ejemplo, supongamos que tenemos una lista infinita de patrones que comienza así:

1011010101...
0100110101...
0110101011...
1110100001...
0011001110...
1000110011...

Podemos asegurar que el patrón 000110... no está en la lista.



1. 130 cm	4. 16	7. 4	10. 38	13. B
2. 6	5. D	8. 2018 ¹⁸	11. 8	14. 28
3. 1009	6. 8	9. 2017	12. 1-2	15. Bastián



El Rincón del Abuelo Anacleto

El abuelo Anacleto a ratos siente nostalgia de algunas de sus aventuras. Normalmente esos ratos desaparecen pronto, al recordar que su sabiduría y experiencia son consecuencia de los años de estudio y arduo trabajo. Obviamente, el abuelo no les cuenta a todos sus nietos sus locuras de juventud, pues no es la idea que aprendan trucos ingeniosos para portarse mal y salirse con la suya. Además, Anacleto no quiere que sus hijos se enojen con él. Sin embargo, como los lectores fieles imaginarán, a veces confía en Sofía. Hoy le cuenta que el director de su colegio era profesor de matemática y que muy a menudo se entretenía haciendo pensar a los niños traviesos. Alguna vez llevaron a Anacleto y a su amiga Anastasia a la dirección del colegio por mal comportamiento (no les voy a contar por qué fue, pero tuvo que ver con un chanchito en la capilla del colegio). Anastasia era, y sigue siendo hoy en día, tanto o más inteligente que el abuelo Anacleto. El director, al cabo de unos minutos, les ofreció la posibilidad de quedar sin castigo, a cambio de mostrar su inteligencia. Separó a los culpables de tal manera que quedaran totalmente incommunicados e introdujo monedas en dos bolsas y les planteó la condición de conseguir la libertad: averiguar la cantidad de monedas que había en cada bolsa sabiendo que en cada una había más de una, admitiendo sólo una respuesta. A Anastasia le dio como pista, el producto de las dos cantidades. Al momento, Anastasia dio la respuesta correcta y salió libre. A Anacleto le desveló la suma de las cantidades: 15. Anacleto se puso a pensar durante un tiempo sin dar una solución adecuada hasta que el director, compadecido, le dijo que a Anastasia había resuelto el problema inmediatamente cuando le dijeron el producto de las dos cantidades. Al saber esto, Anacleto razonó y dio la respuesta correcta, consiguiendo su libertad.

¿Cuántas monedas había en cada bolsa?



EL AUSTRAL



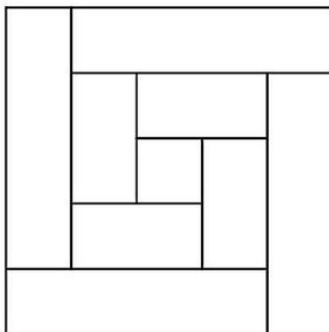
Campeonato de Matemática de la Universidad de La Frontera

Problemas Tercera Fecha

camvit.ufro.cl/cmat

Problema 1 La suma de las edades de Ana y su madre es 36, y la suma de las edades de su madre y su abuela es 81. **¿Cuántos años tenía la abuela de Ana cuando ella nació?**

Problema 3 Pedro cortó una tabla de madera de 8 cm de ancho en 9 partes del mismo ancho, (8 cm). Una de las partes es un cuadrado, y el resto son rectángulos. Luego juntó todas las piezas, como se muestra en la figura. **¿Cuál es el perímetro de la figura?**



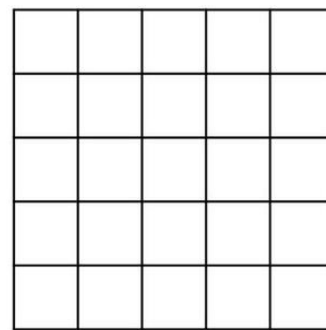
Problema 5 Hay tres candidatos para un puesto como monitor de clase y están votando 130 estudiantes en este momento. El candidato X tiene 24 votos, el candidato Y tiene 29 y el candidato Z tiene 37. **¿Cuántos votos más necesita Z para asegurarse la elección?**

Problema 7 Tres amigos, A, B y C fueron de compras. B gastó el 15% de lo que gastó C. Por su parte, A gastó un 60% más que C. Entre los tres gastaron \$55.000. **¿Cuánto gastó A?**

Problema 8 Hay 105 números escritos en una fila: 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, ... (cada número n está escrito exactamente n veces). De los 105 números **¿Cuántos de estos números son divisibles por 3?**

Problema 2 Nicolás quiere distribuir los números 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 en varios grupos, de manera que la suma de los números en cada grupo sea la misma. **¿Cuál es la mayor cantidad de grupos que Nicolás puede obtener?**

Problema 4 Se escribe 0 o 1 en cada celda de una tabla 5x5 de manera que cada cuadrado de 2x2 contenido en dicha tabla contenga exactamente 3 números iguales. **¿Cuál es la mayor suma posible de todos los números de la tabla?**



Problema 6 Eva quiere escribir un número en cada una de las celdas del borde de una tabla 5x6. En cada celda, el número que escribe es igual a la suma de los dos números de las celdas con las que aquella comparte un lado. Dos de los números se dan en la figura. **¿Qué número escribirá Eva en la celda marcada con x?**

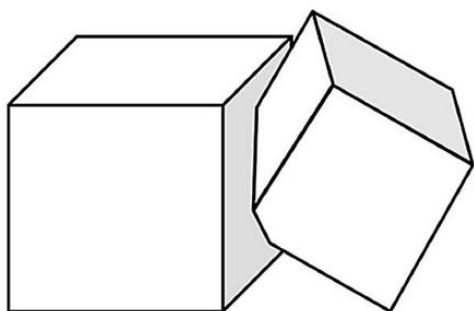
10					3
x					

Problema 9 **¿Cuántas cifras tiene el número que resulta de calcular:**

$$\frac{1}{9} \cdot 10^{2018} \cdot (10^{2018} - 1)?$$

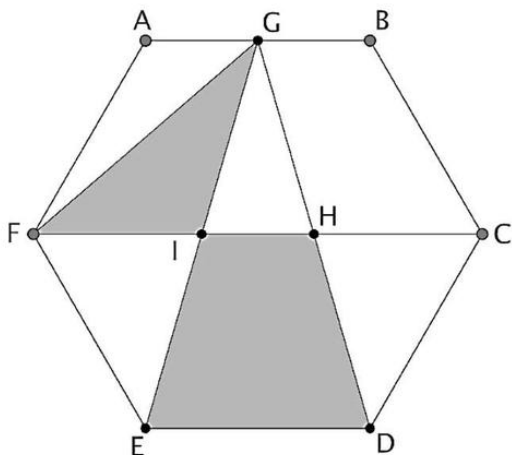
Problema 10 En un polígono regular de 2018 lados con sus vértices numerados del 1 al 2018, se dibujan dos diagonales. Una diagonal conecta los vértices con los números 18 y 1018, y la otra conecta los vértices con los números 1018 y 2000. ¿Cuántos vértices tiene cada uno de los tres polígonos resultantes?

Problema 12 Dos cubos de volúmenes V y W se incrustan parcialmente uno en el otro. La parte del cubo de volumen V que no es común a los dos cubos es el 90% de su volumen. La parte del cubo del volumen W que no es común a los dos cubos es el 85% de su volumen. ¿Cuál es la razón entre V y W ?

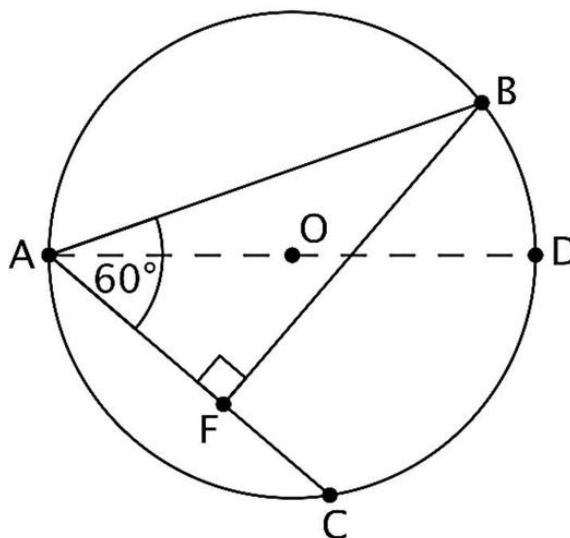


Problema 13 Tres de las cinco cartas que se muestran en la figura se le dan a Nadia, y el resto a Raúl. Nadia multiplica los 3 valores de sus cartas y Raúl los 2 de las suyas. Sucede que la suma de los dos productos obtenidos es un número primo. ¿Cuál es la suma de los valores de las cartas de Nadia?

Problema 15 ABCDEF es un hexágono regular. G es el punto medio de AB . H e I son los puntos de intersección de los segmentos GD y GE con FC , respectivamente. ¿Cuál es el cociente entre el área del triángulo GIF y el área del trapecio $IHDE$?



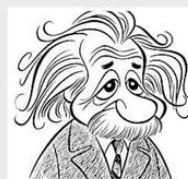
Problema 11 Dos cuerdas AB y AC se dibujan en una circunferencia de diámetro AD . El ángulo $BAC = 60^\circ$, BF es perpendicular a AC , $AB = 24$ cm y $FC = 3$ cm. ¿Cuál es la longitud de la cuerda BD ?



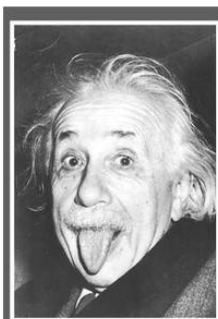
Problema 14 Una función cuadrática $f(x) = x^2 + px + q$ es tal que su gráfica corta a los ejes en tres puntos diferentes. La circunferencia que pasa por estos tres puntos corta a la gráfica de f en un cuarto punto. ¿Cuáles son las coordenadas de este cuarto punto?

Solución Abuelo Anacleto

Dado que Anastasia resolvió inmediatamente el problema, el producto de ambas cantidades debía ser el producto de dos números primos. Por lo que Anacleto al recibir la última información del director, pensó en qué par de números primos sumaban 15 y dio rápidamente con la solución. Las bolsas tenían 2 y 13 monedas.



1. 45.	6. 7.	11. $2\sqrt{3}$	12. $\frac{2}{3}$	13. 13	3. 200 cm.	8. 30.	9. 4036.	14. $(-d, b)$	15. $\frac{1}{4}$	10. 38, 983, 1001.	5. 17.
2. 3.	7. 32.										4. 21.



El Rincón del Abuelo Anacleto

El abuelo Anacleto es conocido en su pueblo por su gran sabiduría y la justicia con la que ha ayudado a sus vecinos a resolver algunas de sus disputas.

Según sus propias palabras, no es que él sea sumamente inteligente -aunque todos los lectores les saben lo ingenioso que puede ser- ni que sea muy docto en legalidades, sino que sus años de estudio de la matemática y su experiencia trabajando en problemas difíciles y abstractos lo han dejado muy bien preparado para reflexionar sobre inconvenientes que surjan en el mundo real.

Un triste día de otoño, su querido colega y amigo Eladio falleció.

Eladio era también muy conocido en el pueblo, pues él fue durante décadas el profesor de matemáticas de la escuela del pueblo.

Siendo un hombre precavido, pero desordenado y muy rompecorazones, Eladio dejó en herencia a sus hijos un cierto número de hectáreas de plantaciones de mañíos.

Eladio nunca especificó en su testamento cuántas hectáreas tenía, ni cuántos hijos tuvo.

A Anacleto nunca le hizo mucha gracia la levedad moral de Eladio. En dicho testamento, el finado determinó que la división se hiciera del siguiente modo: El hijo mayor se quedaría con una hectárea y un séptimo de lo que quedara.

El segundo hijo recibiría dos hectáreas y un séptimo de lo que quedara, el tercer joven recibiría tres hectáreas y un séptimo de lo que quedara, y así sucesivamente.

Los hijos más jóvenes presentaron un reclamo ante el abuelo Anacleto alegando que, por este complicado sistema de división, resultaban perjudicados. Anacleto, hábil en la resolución de problemas, respondió prestamente que los reclamantes estaban siendo engañados y que la división propuesta por el padre de familia era justa y perfecta. Y efectivamente tenía la razón.

Hecha la división, cada uno de los hermanos recibió el mismo número de hectáreas.

¿Cuántas hectáreas había? ¿Cuántos eran los hermanos?



EL AUSTRAL



El Rincón del Abuelo Anacleto

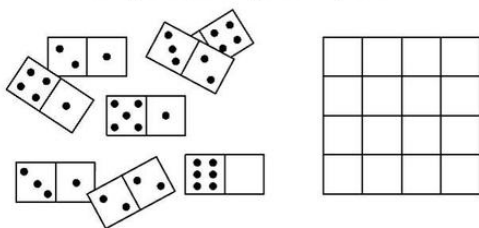
Campeonato de Matemática de la Universidad de La Frontera

Problemas Cuarta Fecha

camvit.ufro.cl/cmat

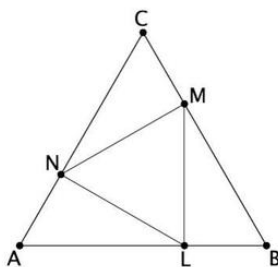
Problema 1 En una mesa redonda están sentadas 14 personas. Cada una de ellas siempre miente, o siempre dice la verdad. Todas las personas dicen: "Mis dos vecinos son mentirosos". ¿Cuál es el número máximo de mentirosos que hay en la mesa?

Problema 2 Hay ocho fichas de dominó en una mesa. La mitad de una de las fichas está tapada. Las 8 fichas se colocan en un cuadrado de 4×4 , de modo que el número de puntos en cada fila y columna sea el mismo. ¿Cuántos puntos hay en la parte tapada de la ficha?



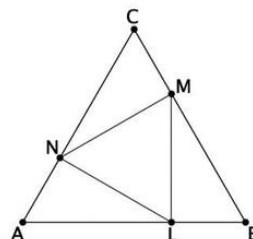
Problema 3 En una línea recta están marcados once puntos de izquierda a derecha. La suma de todas las distancias entre el primer punto y todos los demás es 2018. La suma de todas las distancias entre el segundo punto y todos los demás, incluido el primero, es 2000. ¿Cuál es la distancia entre el primer y el segundo punto?

Problema 4 Los puntos N , M y L se encuentran en los lados del triángulo equilátero ABC , de modo que NM es perpendicular a BC , ML es perpendicular a AB y LN es perpendicular a AC , como se muestra en la figura. El área del triángulo ABC es 36. ¿Cuál es el área del triángulo LMN ?



Problema 5 Valentina está practicando salto largo. La distancia promedio que ha saltado hasta ahora es de 3,80 metros. En su siguiente salto, Valentina saltó 3,99 metros y su promedio aumentó a 3,81 metros. ¿Qué distancia debe saltar, en su siguiente salto, para aumentar el promedio a 3,82 metros?

Problema 6 En el triángulo isósceles ABC , los puntos K y L están marcados en los lados AB y BC respectivamente, de tal manera que $AK = KL = LB = AC$. ¿Cuánto mide el ángulo $\angle ABC$?



Problema 7 Un día determinado, circularon 40 trenes entre dos de las ciudades M , N , O , P y Q . Diez trenes entraron o salieron de M . Diez trenes entraron o salieron de N . Diez trenes entraron o salieron de O . Diez trenes entraron o salieron de P . ¿Cuántos trenes entraron o salieron de Q ?

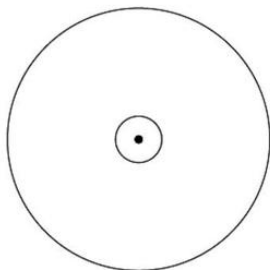
Problema 8 En la Facultad de Humanidades se puede estudiar Idiomas, Historia y Filosofía. Entre los que estudian Idiomas, el 35% estudian inglés y entre todos los estudiantes de la Facultad, un 13% de los estudiantes universitarios estudian un idioma diferente al inglés. Si ninguna persona estudia más de un idioma. ¿Qué porcentaje del total de los estudiantes estudia idiomas?

Problema 9 Pedro quería comprar un libro, pero no tenía suficiente dinero así que lo compró con la ayuda de su padre y sus dos hermanos. Su padre le da la mitad de la cantidad dada por sus hermanos. Su hermano mayor le da un tercio de lo que le aportan los demás. El hermano menor le da \$1000. ¿Cuál es el precio del libro?

Problema 10 Tenemos cuatro números positivos. Elegimos tres de ellos, calculamos su media aritmética y le sumamos el cuarto número. Esto se puede hacer de cuatro maneras distintas. Los resultados son 17, 21, 23 y 29, respectivamente. ¿Cuál es el mayor de los cuatro números dados?

Problema 11 Los puntos $A_0, A_1, A_2, \dots$ se encuentran en una recta de tal manera que $A_0 A_1 = 1$ y el punto A_n es el punto medio del segmento de extremos $A_{n-1} + 1$ y A_{n-2} , para cada entero no negativo n . ¿Cuál es la longitud del segmento $A_0 A_{11}$?

- Problema 12** Dos circunferencias concéntricas de radios 1 y 9 delimitan una corona circular. En el interior de la corona se dibujan una circunferencia no secante entre sí, y tangentes a las dos circunferencias concéntricas.
¿Cuál es el mayor valor posible de n ?

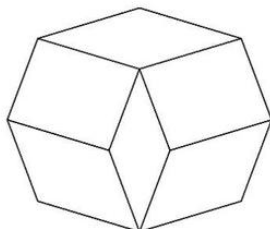


- Problema 13** Diana dibuja una cuadrícula rectangular de 12 cuadrados. Algunos de los cuadrados se han pintado de negro. En cada cuadrado escribe el número de cuadrados negros que comparten un lado con él. La figura muestra un ejemplo. Luego hace lo mismo en una cuadrícula rectangular con 2018 cuadrados. **¿Cuál es el valor máximo que puede obtener como resultado de la suma de todos los números de la cuadrícula?**

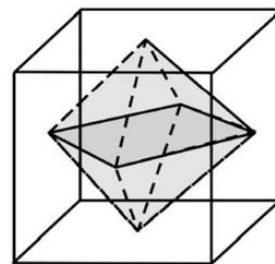
1		2	1
0	3		
1		2	1

- Problema 14** En cada celda de una tabla 2×3 se escribe uno de los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6. **¿De cuántas maneras se puede hacer esto para que la suma de los números de cada fila y de cada columna sea divisible por 3?**

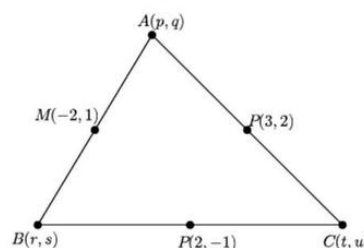
- Problema 15** Cuatro rombos idénticos y dos cuadrados se juntan para formar un octágono regular. **¿Cuál es la medida del mayor ángulo de cada rombo?**



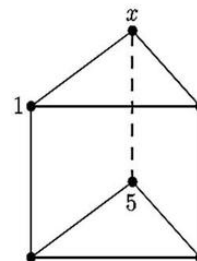
- Problema 16** Un octaedro está inscrito en un cubo de arista 1. Los vértices del octaedro están en el centro de las caras del cubo. **¿Cuál es el volumen del octaedro?**



- Problema 17** Los vértices de un triángulo de la figura son $A(p, q)$, $B(r, s)$ y $C(t, u)$. Los puntos medios de los lados del triángulo son $M(-2, 1)$, $N(2, -1)$ y $P(3, 2)$. **¿Cuál es el valor de $p + q + r + s + t + u$?**



- Problema 18** El prisma de la figura está formado por dos triángulos y tres cuadrados. Los seis vértices están numerados con los números del 1 al 6, de tal manera que la suma de los cuatro vértices de cada cuadrado sea la misma para los tres cuadrados. Los números 1 y 5 ya se muestran en la figura. **¿Qué número está en el vértice etiquetado con x ?**



- Problema 19** **¿Cuántas soluciones reales tiene la ecuación $\|4^x - 3\| - 2 = 1$?**

- Problema 20** En una clase hay un 40% más de niñas que de niños. **¿Cuál es el número total de estudiantes en esta clase, si la probabilidad de que dos personas elegidas al azar sean de distinto sexo es igual a $1/2$?**

Soluciones de la Cuarta Fecha

1. 9.
2. 3.
3. 2.
4. 12.
5. 4,01 m.
6. 36°.
7. 40.
8. 20 %.
9. 24.000.
10. 21.
11. 683.
12. 3.
13. 3025.
14. 48.
15. 135°.
16. $\frac{6}{1}$.
17. 5.
18. 2.
19. 3.
20. 36.